

DINÁMICA DE LA TASA DE INCUMPLIMIENTO DE CRÉDITOS DE CONSUMO EN CUOTAS*

*Rodrigo Alfaro A.***
*David Pacheco L.****
*Andrés Sagner T.***

I. INTRODUCCIÓN

El riesgo de crédito es uno de los más relevantes para el negocio bancario (Crouchy, Galai y Mark, 2005; Drehmann, 2009). Por ello, tanto académicos como analistas ligados al sector han desarrollado varios modelos estadísticos para cuantificarlo. Uno de los pioneros en esta avenida es Altman (1968) quien desarrolló los modelos de *scoring* para determinar el riesgo de una firma a través de sus características. Trabajos más actuales de este tipo de análisis son Greene (1992), Hand y Henley (1997), Gordy (2000), Jacobson y Roszbach (2003), y Roszbach (2004). En otra línea de trabajo, Merton (1974) propuso un modelo para el caso corporativo en que se relaciona la probabilidad de no pago de una empresa con un estadístico suficiente denominado *distancia a la insolvencia*. Este modelo ha sido ajustado a datos empíricos por Moodys's KMV, quienes actualmente venden servicios de evaluación de riesgo de crédito basados en la medida de riesgo EDF (por *expected default frequency*) que se construye sobre la base de información de balance y de precios de activos. Finalmente, el trabajo desarrollado por CreditMetrics y CreditRisk+ corresponde a una tercera forma de observar el problema donde se relaciona el no pago con factores sistémicos, entre los cuales figuran las variables macroeconómicas.

Uno de los enfoques propuestos en Basilea II (BIS, 2006a)¹ considera el uso de modelos internos para determinar la distribución de pérdidas de un portafolio de créditos. El modelo sugerido por Basilea II para construir esta distribución corresponde al desarrollo de Vasicek (1991), el cual considera que el valor de los activos de una

firma puede ser descompuesto en dos factores: uno agregado y otro idiosincrásico. Al igual que en Merton (1974), se define que una firma cesará en el pago de sus obligaciones si el valor de sus activos es inferior a un determinado umbral.

La estimación del modelo de Vasicek (1991) requiere de un portafolio de créditos homogéneos y granulados, es decir, que estos sean de similares características y que ninguno de ellos sea muy importante en términos relativos. Por lo anterior, consideraremos el sistema bancario como un todo para el análisis de portafolio para el cual los requisitos de homogeneidad y granularidad se satisfacen. Adicionalmente, extenderemos el modelo original, permitiendo que el umbral sea contingente tanto a variables del ciclo económico como a las características propias de los deudores. De esta forma, podemos descomponer la tasa de incumplimiento observada entre factores macroeconómicos y aquellos que son propios de la cohorte.

Los parámetros del modelo tradicional de Vasicek (1991) pueden obtenerse bajo el supuesto de que la economía presentó un ciclo completo durante el período de análisis (2003-2009), con lo cual se concluye que la probabilidad de no pago en el

* Agradecemos los comentarios y sugerencias de Roberto Álvarez, Daniel Calvo, Rodrigo Cifuentes, Kevin Cowan, José Miguel Cruz, Sergio Huerta, Patricio Jaramillo, Felipe Martínez, Jorge Niño, Luis Opazo, Alejandro Pena, Pablo Pincheira (editor), los asistentes del Taller de Políticas Macropрудenciales realizado en el Banco Central de Chile, de los asistentes a un seminario interno de la División de Política Financiera en el Banco Central de Chile y de dos árbitros anónimos.

** Gerencia de Investigación Financiera, Banco Central de Chile. E-mails: ralfaro@bcentral.cl; asagner@bcentral.cl

*** Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras. E-mail: dpacheco@sbif.cl

¹ El Comité de Basilea ha propuesto mejoras y modificaciones al Marco de Capital de Basilea II, las cuales han sido denominadas Basilea III. Estas mejoras y modificaciones, sin embargo, no afectan el enfoque estándar ni de modelos internos (IRB) para la cartera de créditos de consumo.

ciclo (o *LRPD*, por *long-run Probability of Default*, *LRPD*) corresponde a 14.6%, medida a partir del número de nuevos créditos, o 13.1% medida a partir de los montos otorgados, siendo ambas cifras coherentes con el estudio QIS 5 efectuado por el Comité de Basilea (BIS, 2006b)².

El artículo se organiza de la siguiente forma. En la sección II se revisa brevemente el modelo de Vasicek (1991) y, a partir de él, se presenta la estrategia de estimación a emplear. En la sección III, se describen los datos utilizados y la definición de no pago empleada en la elaboración de la serie para la tasa de incumplimiento, y se presentan los principales resultados empíricos obtenidos. Finalmente, la sección IV concluye.

II. EL MODELO DE VASICEK

El modelo de Vasicek (1991) considera que una firma cesa el pago de sus compromisos financieros cuando el valor de los activos se encuentra por debajo de cierto umbral. En el caso de los créditos de consumo, podemos establecer una equivalencia entre el monto destinado a la carga financiera, otros gastos y el ingreso que recibe el individuo. Por ejemplo, si por efecto de la inflación, el individuo enfrenta una reducción del poder de compra de su ingreso, entonces tendrá que: (i) ajustar su consumo y pagar sus compromisos financieros, (ii) cesar en el pago de alguna de sus deudas, o (iii) ambas.

En términos teóricos, el modelo de Vasicek (1991) supone la existencia de una variable latente que representa el valor de los activos de la firma, la cual puede ser separada en dos factores: uno agregado y otro idiosincrásico. En el modelo estándar, el factor agregado no es observable y el coeficiente de impacto en todas las firmas está relacionado con la correlación de los activos de estas. Tanto este parámetro como la probabilidad de no pago en el ciclo corresponden a los elementos centrales del modelo, y su calibración es particularmente importante para la determinación de capital en Basilea II. Para determinar los estimadores de estos parámetros, es necesaria una serie histórica de incumplimientos que cubra un ciclo económico completo, con el fin de determinar los parámetros de largo plazo. Ante la dificultad de contar con este tipo

de información, Basilea II sugiere valores puntuales de *LRPD* diferenciados por productos. Botha y Van Vuuren (2009) evalúan estos valores para EE.UU. encontrando que, para todos los tipos de productos, Basilea II ofrecía ponderadores mayores que los obtenidos empíricamente. Si bien esto da cuenta del carácter conservador de Basilea II, hay que tomar los resultados con cuidado, pues la relevancia de ellos radica en la incorporación de un ciclo completo dentro del análisis.³

1. Probabilidad Condicional

En el modelo de Vasicek (1991), la variable latente se define como una combinación lineal entre los factores agregado e idiosincrásico. Los ponderadores se ajustan de forma tal que la variable tenga varianza unitaria.

$$R_{it} = \beta\lambda_t + \sqrt{1 - \beta^2}e_i$$

donde R_{it} es la variable latente asociada al crédito i en el período t , λ_t es el factor agregado y e_i es un factor idiosincrásico. Ambos factores poseen media cero, varianza unitaria y son independientes. Bajo esta configuración, la correlación del valor de los activos es $\rho = E[R_{it}R_{jt}] = \beta^2$. Al igual que en Merton (1974), consideramos que el evento de no pago del crédito i ocurre cuando R_{it} es menor que un determinado umbral μ_i . En consecuencia, la Probabilidad de No Pago en el Ciclo (*LRPD*) se define como: $LRPD \equiv \Pr[R_{it} < \mu_i]$, donde μ representa el valor de largo plazo del umbral.

2. Modelo Unifactorial General

Sea θ_i la tasa de incumplimiento, la cual se define como créditos en mora (m_i) sobre el total de créditos (n_i), es decir, $\theta_i \equiv m_i/n_i$. Además, consideremos F y

² Las cifras son comparables para países no pertenecientes al G-10 y para bancos de tamaño similar a los del mercado local. Es importante notar que el parámetro estimado no es comparable con el porcentaje de cartera vencida o con el cociente Provisiones sobre Colocaciones.

³ En efecto, Gordy y Heitfield (2002) utilizan información pública de dos de las mayores agencias clasificadoras, y hallan evidencia de un sesgo hacia cero para la correlación de los activos al utilizar técnicas de estimación tradicionales en muestras pequeñas.

G como las funciones de distribución acumuladas del factor sistémico e idiosincrásico, respectivamente. Dado esto, se define H como la función de distribución acumulada de la variable latente, la cual se obtiene mediante la convolución de las funciones F y G :⁴

$$H(\theta_t) \equiv \Pr[\Theta \leq \theta_t] = F\left(\frac{\sqrt{1-\beta^2}G^{-1}(\theta_t) - \mu_t}{\beta}\right) \quad (2)$$

De esta forma, la función de densidad h asociada a la tasa de incumplimiento es:

$$\begin{aligned} h(\theta_t) &= f\left(\frac{\sqrt{1-\beta^2}G^{-1}(\theta_t) - \mu_t}{\beta}\right) \left(\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta}\right) \frac{dG^{-1}(\theta_t)}{d\theta_t} \\ &= f\left(\frac{y_t - x_t'\alpha}{\sigma}\right) \frac{1}{\sigma} \frac{dy_t}{d\theta_t} \end{aligned} \quad (3)$$

donde f es la función de densidad del factor agregado y se han utilizado las siguientes definiciones: $y_t \equiv G^{-1}(\theta_t)$, $\sigma = \beta/\sqrt{1-\beta^2}$ y $\mu_t/\sqrt{1-\beta^2} = x_t'\alpha$. En el primer caso, tenemos una transformación de la tasa de incumplimiento, seguida de una reparametrización de la correlación de los activos. Por último, se impone que el umbral es función de variables exógenas, las cuales corresponden a variables económicas y propias de la cohorte.

Con todo, la función de log-verosimilitud está dada por:⁵

$$l = -T \ln(\sigma) + \sum_{t=1}^T \ln \left[f\left(\frac{y_t - x_t'\alpha}{\sigma}\right) \right]$$

Observamos que, en el caso en que el factor agregado se distribuye normalmente, entonces α puede ser estimado por MCO y la correlación del valor de los activos es proporcional al error cuadrático medio, $\hat{\alpha}$. Adicionalmente, consideraremos distintas distribuciones para caracterizar el factor idiosincrásico: normal (Φ) y logística (Λ).

III. RESULTADOS EMPÍRICOS

La estimación de los parámetros que afectan el umbral de no pago requieren contar con una serie de tiempo de tasas de incumplimiento. Dicha

información fue obtenida de la Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras (SBIF), tanto para el número como para el monto de los nuevos créditos no pagados.⁶

1. Datos

La base de datos contiene información, detallada en frecuencia mensual desde enero del 2003 a junio del 2010, asociada a cada nueva operación de crédito de consumo en cuotas cursada en el sistema bancario chileno⁷: (i) identificador del deudor; (ii) una variable *dummy* que identifica si el crédito fue otorgado por divisiones de consumo de los bancos o no; (iii) monto del crédito; y (iv) plazo del crédito.

De esta forma, la tasa de incumplimiento (θ_t) de los deudores de nuevos créditos de consumo en cuotas, otorgados en un mes determinado a nivel del sistema bancario, se define como el evento de no pago de aquellos créditos vigentes en un determinado mes que caen en cartera vencida en los próximos 12 meses sobre el total de créditos vigentes en el respectivo mes. Esta definición se encuentra alineada con el estándar internacional propuesto por Basilea II,⁸ en el sentido de considerar la probabilidad de no pago dentro de un año y el evento de incumplimiento a los noventa días de mora.⁹

La evolución de la tasa de incumplimiento durante el periodo desde enero del 2003 a junio del 2009 construida tanto a partir del número de créditos otorgados (θ_t^c) como a partir del monto de créditos

⁴ Por ejemplo, si F y G son normales, H es también normal. Sin embargo, para el caso de otras distribuciones, H debe ser calculada de forma numérica. Ver Alfaro, Pacheco y Sagner (2011) para un mayor detalle de la derivación del modelo.

⁵ La última expresión de la ecuación (3) —que corresponde al Jacobiano— no contiene ningún parámetro de interés para las distribuciones consideradas en este estudio (normal y logística), por lo que puede ser ignorado de la función de log-verosimilitud.

⁶ Es importante observar que el modelo de Vasicek (1991) se basa en la primera variable pero se considera la segunda ante la posibilidad de que el portafolio de créditos del sistema no sea lo suficientemente granulado como supone el modelo.

⁷ De acuerdo con la legislación chilena, todo banco comercial que opera en el país debe enviar mensualmente esta información a la SBIF.

⁸ Ver párrafo 452 de BIS (2006a).

⁹ Un crédito cae en cartera vencida a los 90 días de atraso en un pago, por lo que el evento que se captura es un incumplimiento por al menos 90 días en los primeros 9 meses de vida de un crédito.

otorgados (θ_t^M) —que puede ser entendida como un promedio ponderado de la anterior— muestran un comportamiento similar durante el período bajo análisis (gráfico 1). En particular, notamos que el incumplimiento de las cohortes ha presentado un comportamiento mayormente creciente durante el período 2003-2009, escalando desde valores en torno a 9% entre finales del 2004 y comienzos del 2005, hasta valores por sobre 20% hacia mediados del 2008.

2. Modelo

Las estimaciones se basan en el siguiente modelo de regresión lineal:

$$y_t = \alpha_0 + x_{1t}'\alpha_1 + x_{2t}'\alpha_2 + \varepsilon_t \quad (4)$$

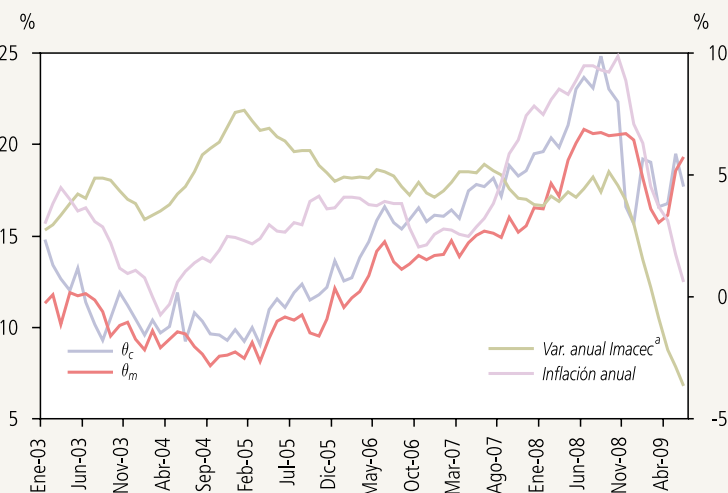
donde $y_t \equiv G^{-1}(\theta_t)$, x_{1t} es un vector que contiene variables macroeconómicas, x_{2t} es un vector que contiene características de la cohorte, y ε_t es un término de error que se asume distribuido normal pues representa el factor agregado (λ_t). Por otra parte, se consideran cuatro versiones alternativas para la variable dependiente y_t , derivadas de dos medidas para la tasa de incumplimiento (θ_t^C y θ_t^M) y los supuestos acerca de la función G , la cual se asume Normal (Φ) o Logística (Λ).

Las variables incluidas en el vector x_{1t} corresponden a (i) la variación anual del Imacec (g), donde se espera una relación inversa con y_t debido a que un mayor crecimiento económico señalaría una mejora en la capacidad de pago de los deudores y, por lo tanto, la tasa de incumplimiento tendería a disminuir;¹⁰ y (ii) la tasa de inflación anual (π), donde se espera una relación positiva debido a que un aumento de esta variable se traduciría —vía impuesto inflación— en una disminución del ingreso disponible de las personas, deteriorando de esta forma su capacidad de pago.

Las variables incluidas en el vector x_{2t} , por su parte, son (i) la proporción de créditos otorgados por divisiones de consumo (dc), donde se espera una relación positiva debido al mayor riesgo implícito en este tipo de créditos; (ii) el plazo o madurez

GRÁFICO 1

Tasa de Incumplimiento Cohortes y Variables Macroeconómicas



Fuente: Elaboración propia.

a. Promedio móvil de 6 meses de la variación anual.

promedio de los créditos (\bar{p}); y (iii) el monto promedio de los créditos (\bar{m}).

3. Resultados

Los resultados de las estimaciones indican que la *LRPD* estimada es 14.4-14.6% si se considera el número de créditos, o 12.9-13.3% al considerar la ponderación por montos otorgados (cuadros 1 y 2).¹¹ Estos resultados se encuentran en línea con el 12% reportado en QIS 5 (BIS, 2006b) debido a que este último considera la tasa de incumplimiento promedio a nivel de banco, la que, como se mencionó anteriormente, es menor que la consolidada a nivel de sistema y que utilizamos en este trabajo.¹²

Para el caso de la correlación de los activos (β^2), los resultados entregan un rango amplio de valores, entre los cuales destaca el 3% para la especificación

¹⁰ Si bien la literatura señala también al desempleo como factor macroeconómico determinante de la tasa de incumplimiento, estimaciones no reportadas indican una relación no significativa.

¹¹ El valor obtenido para el caso de la distribución logística es aproximado por una logística pues el ponderador del factor agregado es pequeño.

¹² Nótese que la *LRPD* coincide con la media muestral de la tasa de incumplimiento solo cuando la correlación de los activos es igual a cero.

CUADRO 1

Resultados del Modelo de Vasicek para Tasa de Incumplimiento por Crédito^{a b}

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
g		-1.79 (0.44)	-1.69 (0.34)		-0.10 (0.0263)	-0.09 (0.02)
π		5.11 (0.43)	4.53 (0.36)		0.30 (0.0266)	0.27 (0.02)
dc			0.68 (0.12)			0.03 (0.01)
$\ln(p)$			-0.33 (0.16)			-0.02 (0.01)
$\ln(m)$			0.34 (0.09)			0.02 (0.01)
Constante	-1.06 (0.02)	-1.19 (0.03)	-2.86 (0.33)	0.54 (0.001)	0.53 (0.002)	0.44 (0.02)
LRPD (%)	14.39 (0.47)	14.39 (0.28)	14.39 (0.22)	14.77 (0.48)	14.77 (0.28)	14.77 (0.22)
Corr. act. (%)	3.18	1.15	0.71	0.01	0.004	0.00
AIC	-44.19	-123.20	-158.11	-489.32	-572.46	-602.95
BIC	-41.83	-116.13	-143.97	-486.97	-565.39	-588.81

Fuente: Elaboración de los autores.

a. Errores estándar entre paréntesis.

b. Las especificaciones 1 a 4 tienen como variable dependiente $\Phi^{-1}(T^C)$; las especificaciones 5 a 8 tienen como variable dependiente $\Lambda^{-1}(T^C)$.

CUADRO 2

Resultados del Modelo de Vasicek para Tasa de Incumplimiento por Monto^{a b}

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
g		-2.40 (0.45)	-1.76 (0.38)		-0.13 (0.03)	-0.09 (0.02)
π		4.91 (0.36)	4.61 (0.33)		0.27 (0.02)	0.26 (0.02)
dc			0.25 (0.12)			0.01 (0.01)
$\ln(p)$			-0.53 (0.16)			-0.03 (0.01)
$\ln(m)$			0.37 (0.10)			0.02 (0.01)
Const.	-1.13 (0.02)	-1.22 (0.03)	-2.27 (0.24)	0.53 (0.001)	0.53 (0.002)	0.47 (0.01)
LRPD (%)	12.90 (0.42)	12.90 (0.22)	12.90 (0.20)	13.26 (0.43)	13.26 (0.22)	13.26 (0.20)
Corr. Act. (%)	3.01	0.86	0.69	0.01	0.00	0.00
AIC	-48.46	-146.42	-161.45	-503.60	-606.45	-620.89
BIC	-46.10	-139.35	-147.31	-501.24	-599.38	-606.75

a. Errores estándar entre paréntesis.

b. Las especificaciones 1 a 4 tienen como variable dependiente $\Phi^{-1}(T^M)$; las especificaciones 5 a 8 tienen como variable dependiente $\Lambda^{-1}(T^M)$.

Fuente: Elaboración de los autores.

sin variables exógenas, magnitud que se encuentra en línea con la obtenida mediante la expresión propuesta por Basilea II para el coeficiente de correlación en este tipo de carteras. Por otra parte, los modelos que incluyen todas las variables reducen este coeficiente a menos de 1%, dado que el error del modelo es menor en estas especificaciones.

Los resultados anteriores corresponden a estimaciones de la probabilidad de no pago y a la correlación de los activos a través del ciclo. Sin embargo, ellas pueden ser también utilizadas en la obtención de medidas puntuales en el ciclo de la tasa de incumplimiento,¹³ para lo cual se requiere adicionalmente calibrar el valor del factor de riesgo agregado, λ_i .

Finalmente, notamos que, para llegar a la pérdida esperada (a un año) de la cartera de créditos nuevos, es necesario multiplicar la *LRPD* de esta cartera por la pérdida dado el no pago (o *LGD*, por *loss given default*).¹⁴

IV. CONCLUSIONES

Este artículo estima una extensión del modelo de Vasicek (1991) para los nuevos créditos de consumo en cuotas (cohortes) del sistema bancario chileno. Bajo el supuesto de que la economía experimentó un ciclo económico completo durante el período 2003 a 2009, en conjunto con los supuestos de homogeneidad y granularidad de los créditos otorgados, se estima el modelo permitiendo que el umbral de no pago dependa, tanto de factores macroeconómicos, como de factores idiosincrásicos de los deudores.

Los resultados obtenidos se encuentran en línea con lo esperado e indican que la probabilidad de no pago en el ciclo (*LRPD*) es de 14.6% si se considera la tasa de incumplimiento medida a partir del número de créditos, o de 13.1% si se considera una medida a partir de los montos otorgados.

¹³ Esta aplicación del modelo de Vasicek (1991) se conoce como "point-in-time".

¹⁴ Ante la ausencia de información que permita estimar este último parámetro, Botha y Van Vuuren (2009) sugieren utilizar un factor de 48% para el ciclo normal y 72% en períodos de mayor riesgo.

REFERENCIAS

- Alfaro, R., D. Pacheco y A. Sagner (2011). "Estimates of Long-Run Probabilities of Default: The Case of Chilean Consumer Loans." Mimeo, Banco Central de Chile.
- Altman, E. (1968). "Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy." *Journal of Finance* 23(4): 589–609.
- Bank for International Settlements (2006a). "International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework Comprehensive Version." Basel Committee on Banking Supervision, Bank for International Settlements.
- Bank for International Settlements (2006b). "Results of the Fifth Quantitative Impact Study (QIS 5)." Working Group on Overall Capital and Quantitative Impact Study of the Basel Committee on Banking Supervision, Bank for International Settlements.
- Botha, M. y G. Van Vuuren (2009). "Implied Asset Correlation in Retail Loan Portfolios." *Journal of Risk Management in Financial Institutions* 3(2): 156–73.
- Crouchy, M., D. Galai y R. Mark (2005). "The Use of Internal Models: Comparison of the New Basel Credit Proposal with Available Internal Models for Credit Risk." En *Capital Adequacy Beyond Basel: Banking, Securities, and Insurance*, editado por H. Scott. Oxford University Press.
- Drehmann, M. (2009). "Macroeconomic Stress Testing Banks: A Survey of Methodologies." En *Stress Testing the Banking System: Methodologies and Applications*, editado por M. Quagliariello. Cambridge, MA, EE.UU.: Cambridge University Press.
- Gordy, M.B. (2000). "A Comparative Anatomy of Credit Risk Models." *Journal of Banking and Finance* 24(1-2): 119–49.
- Gordy, M. B. y E. Heitfield (2002). "Estimating Default Correlations from Short Panels of Credit Rating Performance Data." Federal Reserve Board Working Paper.
- Greene, W.H. (1992). "A Statistical Model for Credit Scoring." Working Paper N°EC-92–29, Leonard N. Stern School of Business.
- Hand, D.J. y W.E. Henley (1997). "Statistical Classification Methods in Consumer Credit Scoring: A Review." *Royal Statistical Society* 160(3): 523–41.
- Jacobson, T. y K.F. Roszbach (2003). "Bank Lending Policy, Credit Scoring and Value-at-Risk." *Journal of Banking and Finance* 27(4): 615–33.
- Merton, R. (1974). "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates." *Journal of Finance* 29(2): 449–70.
- Roszbach, K. F. (2004). "Bank Lending Policy, Credit Scoring and the Survival of Loans." *Review of Economics and Statistics* 86(4): 946–58.
- Vasicek, O. (1991). "Probability of Loss on Loan Portfolio." White Paper, KMV Corporation.