UNA NOTA SOBRE EL ROL ESTABILIZADOR DEL FLUJO DE CAPITALES

Sebastián Cerda
Universidad Andrés Bello

Felipe Zurita
Pontificia Universidad Católica de Chile

La teoría de economías competitivas bajo incertidumbre explica que, para individuos como Chile, con un perfil de ingresos creciente, pero a tasas altamente volátiles, inserto en un mundo de—en general— menor volatilidad, los beneficios de participar en mercados internacionales de capital pueden clasificarse en dos:

i. la obtención de financiamiento a un costo menor que el del sacrificio de consumo presente, y

ii. la posibilidad de asegurar el consumo futuro, conseguida por la venta implícita de los riesgos individuales.

En particular, el aseguramiento completo de los riesgos individuales se conseguiría en el óptimo si el riesgo individual fuese completamente diversificable (por ejemplo, si la ocurrencia de una recesión o un auge no guardara relación probabilística con lo propio en el producto mundial).

Pues bien, al observar los datos de las últimas cuatro décadas, sobresalen los siguientes hechos:

Agradecemos los comentarios de los participantes del Cuarto Seminario Anual de Macroeconomía: "Análisis empírico del ahorro en Chile", organizado por el Banco Central y el Centro de Estudios Públicos, que motivó este trabajo, y en el Seminario del Instituto de Economía de la Pontificia Universidad Católica de Chile. Especialmente valiosos fueron los comentarios de Pablo García. Este trabajo se benefició además de conversaciones con Arnold Harberger. Los errores que puedan encontrarse son nuestros.

Análisis empírico del ahorro en Chile, editado por Felipe Morandé y Rodrigo Vergara, Santiago, Chile.© 2001 Banco Central de Chile.

a. Salvo contadas excepciones, el flujo de capitales ha sido siempre positivo, lo que es consistente con la pobreza relativa del país y su trayectoria de crecimiento. Pero,

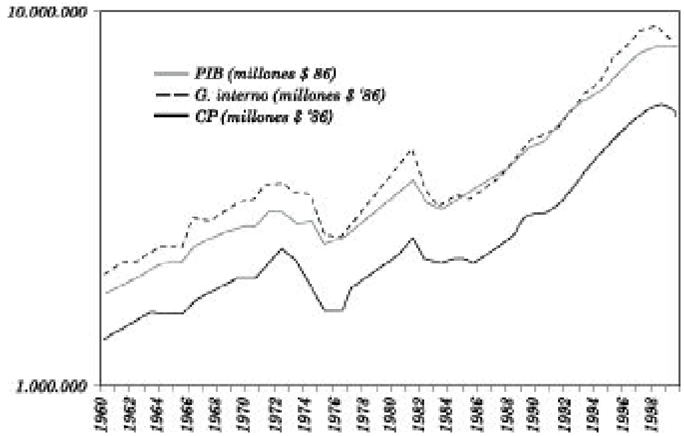
b. el flujo de capitales ha sido en general tremendamente procíclico, de manera que su función estabilizadora del consumo parece estar lejos de ser satisfecha.

Así, por ejemplo, tenemos que la correlación entre las tasas de variación anual del PIB y del consumo total (privado y de gobierno) es de 91% —correlación tal vez superior incluso a la que podríamos haber esperado en autarquía. En el gráfico 1 (en escala logarítmica) se aprecia que el gasto interno ha estado en general por sobre el valor de la producción, pero también que el consumo interno se ha ajustado fuertemente al ciclo chileno.

En efecto, el gráfico muestra que las entradas de capitales se han producido en períodos de auge. En períodos recesivos, en cambio, el gasto interno se ha visto forzado a ajustarse al ingreso.

Un segundo fenómeno que evidencia el incumplimiento del flujo de capitales en su cometido de estabilizar el consumo es la aparente existencia de una curva de oferta de fondos externos con pendiente positiva, es decir, la observación —aunque casual— de que se produce un incremento en las tasas cobradas por créditos adicionales.

Gráfico 1. PIB, gasto interno y consumo privado, en millones de pesos de 1986



Fuente: Elaboración propia.

En efecto, si el flujo de capitales cumpliera cabalmente este rol estabilizador, las promesas adicionales serían de un nivel de riesgo inferior al promedio (puesto que los principales riesgos habrían sido transferidos en primer lugar) y, por ende, se transarían a tasas menores.

Esta nota muestra que ambos hechos son, por una parte, inconsistentes con el uso de un conjunto completo de activos puros, pero por otra, completamente consistentes con el uso exclusivo de contratos de deuda. En efecto, si por alguna razón —ya sea restricción externa por incompletitud de los mercados internacionales, o decisión propia— el país emitiera sólo promesas de pago incondicionales, que conllevaran un castigo en caso de incumplimiento, tendríamos que la volatilidad del consumo podría superar a la de autarquía, que el consumo estaría influenciado sólo por la producción doméstica, exhibiendo una altísima correlación con el ingreso, y que las promesas marginales que se hiciesen serían de riesgos progresivamente mayores, por lo que el país enfrentaría una “curva de oferta” de financiamiento externo con pendiente positiva.

Más aún, como el valor de mercado de la deuda está determinado en gran medida por la probabilidad de incumplimiento, y a su vez esta probabilidad depende de la coyuntura económica, toda vez que la coyuntura presenta persistencia, se tiene que el valor de la deuda riesgosa es volátil y tremendamente influenciable por los movimientos de corto plazo de la producción (ciclo).

La inverosimilitud empírica del modelo Arrow-Debreu en el contexto internacional ha sido documentada en diversas formas. Feldstein y Horioka (1980), en un influyente trabajo, encuentran una correlación cercana a uno entre las tasas de ahorro nacional y las tasas de inversión domésticas para los países de la OECD. Por su parte, Obstfeld y Rogoff (2000) hallan una mayor correlación entre los ingresos disponibles privados de un conjunto de países que entre los respectivos consumos privados. Ambos hallazgos apuntan en la dirección de un aseguramiento insuficiente.

A la vez, se ha documentado el bajo volumen de transacciones internacionales de capital, bajo con relación al necesario para una asignación eficiente ya sea del ahorro, del riesgo o de ambos. Sobresalen tanto la información asimétrica como explicación del sesgo hacia activos domésticos observado en las carteras, como la dificultad impuesta por la falta de instituciones que colaboren en la cobranza de créditos internacionales, en el caso de la deuda, lo que redunda en un subdesarrollo del mercado (Eaton y Fernández, 1995).

Este trabajo se concentra en el problema del aseguramiento, para sugerir que una causa posible del bajo nivel de aseguramiento puede estar en el tipo de contratos que se han usado para transferir recursos internacionalmente.

El resto del trabajo se organiza como sigue: la sección 1 desarrolla el modelo y analiza el óptimo del país en una economía con mercados completos (Arrow-Debreu). La sección 2 analiza las posibilidades y el óptimo en una economía en la que sólo se puede contratar deuda. Se ofrece una ilustración numérica de los principales rasgos de esta situación. La sección 3 contiene nuestras conclusiones.

1. El modelo

Estamos interesados en el comportamiento del consumo, la inversión y el ahorro de un país pequeño —Chile— inserto en un mundo walrasiano. Por simplicidad, suponemos que existe un agente representativo para este país, de manera que los resultados de todos los procesos de elección internos están resumidos en sus preferencias[1].

Hay dos períodos $t \in [0\ 1]$ y $S < \infty$ estados que describen los posibles mundos del período 1. La economía mundial es completa, esto es, el conjunto de K activos disponibles sirve como base para $\mathbb{R}^S$, por lo que el precio de cada activo ordinario q_k puede descomponerse en la suma valorada de los activos puros (es decir, promesas de entrega de una unidad de cuenta en el período 1 si ocurre el estado s, y nada en todo otro caso) que implícitamente contiene, esto es:

$$q_k = \sum_{s=1}^{S} r_{sk}\hat{q}_s \quad \forall\ k \ , \tag{1}$$

donde $\hat{q}_s$ es el precio de un activo puro que paga en 1 si ocurre el estado s, y r_{sk} el pago del activo k en el estado s. Suponemos creencias

1. Los procesos de elección a los que nos referimos son la distribución del consumo al interior de las familias, las asignaciones al interior de las empresas, las decisiones al interior del gobierno, las transacciones entre poderes del Estado, etc. El supuesto de existencia de un agente representativo no es neutro (por ejemplo, implica, entre otras cosas, que estos procesos son estables), pero lo adoptamos para concentrarnos en la relación del país con el resto del mundo.

homogéneas a nivel mundial: $\pi_s^i = \pi_s \ \forall\, i \in I$ y, por ende, dejamos de lado el tema de la especulación.

En este punto podemos ofrecer una justificación parcial del supuesto de agente representativo: el valor de las promesas totales del país de hecho no depende de la identidad del emisor. En efecto, si a_k^i es la cantidad del activo k emitido por el individuo i, y $\hat{a}_s$ son las promesas totales de pago del país en el estado s, de (1) tenemos que el valor total de las promesas emitidas es de

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K}\sum_{s=1}^{S} a_k^i r_{sk}\hat{q}_s = \sum_{s=1}^{S}\left[\sum_{k=1}^{K}\left(\sum_{i=1}^{I} a^i\right) r_{sk}\right]\hat{q}_s$$

$$= \sum_{s=1}^{S}\hat{a}_s\hat{q}_s \ .$$

Es útil, por otra parte, separar los estados de la naturaleza entre aquellos que afectan al (total del) resto del mundo de los que sólo afectan a Chile:

$$S = \Theta \times \Omega \ ,$$

donde $\theta \in \Theta$ describe el estado de la economía mundial y $\omega \in \Omega$ el estado de la economía chilena. Suponemos —también por simplicidad— que los estados de la economía mundial y los de la chilena son independientes en un sentido probabilístico, de manera que no sólo el riesgo chileno es completamente diversificable[2], sino que también una mala situación en Chile no es indicación de una mala situación a nivel mundial.

Es importante resaltar que esto no quiere decir que las causas de las fluctuaciones de la producción sean necesariamente internas, ni que no haya correlación entre el estado de la economía chilena y, digamos, el de alguna región del mundo determinada. Por el contrario, la situación descrita es perfectamente compatible, por ejemplo, con el argumento del contagio como causa de los ciclos internos, u otras explicaciones que se centran en el sector externo como fuente de inestabilidad. Ello, en la medida en que haya

2. En términos de un CAPM internacional, este supuesto equivale a que Chile tendría un beta de 0 cuando el estado es el valor de la producción, pero podría ser positivo cuando el estado corresponde al residuo de Solow. Ambos casos se analizan más adelante.

una conexión suficientemente débil (como para despreciarla en virtud de la simplicidad) entre la producción mundial y la local, y que esa relación sea independiente del financiamiento[3]. En efecto, probablemente el supuesto más restrictivo de este análisis es la independencia de la probabilidad de recesión de la estructura y nivel de pasivos del país. Vale decir, el supuesto de que los shocks son reales (aunque su origen pueda ser externo).

Entonces, las creencias satisfacen

$$\begin{aligned}\pi(s) &= \pi(\omega \wedge \theta) \\ &= \pi(\omega)\,\pi(\theta)\ .\end{aligned} \tag{2}$$

Esto implica que el precio de un activo libre de riesgo (es decir, aquel que paga una unidad de cuenta en todo estado de la naturaleza) cuando la economía se encuentra en estado *s* está dado por:

$$\begin{aligned}\frac{1}{1+r(s)} &= \sum_{s\in S}\hat{q}_s \\ &= \sum_{\omega}\sum_{\theta}\hat{q}(\theta \wedge \omega) \\ &= \sum_{\theta}\hat{q}_\theta && \text{(3a)} \\ &= \sum_{\omega}\hat{q}_\omega\ , && \text{(3b)}\end{aligned}$$

donde *r(s)* es la tasa libre de riesgo a un período. Pero *r(s)* = $r\,(\omega\wedge\theta) = r\,(\theta)$, puesto que la ocurrencia de un evento local no cambia ni la disponibilidad de recursos a nivel mundial ni el precio de su consumo. Más aún, tenemos que los precios de los estados internos son proporcionales[4] a las probabilidades:

$$\hat{q}(\omega' \mid \omega \wedge \theta) = \frac{\pi(\omega' \mid \omega)}{1+r(\theta)}\ . \tag{4}$$

3. Véase, sin embargo, la nota al pie N° 5.

4. En efecto, $\hat{q}(\omega' \mid \omega \wedge \theta) = \xi\pi(\omega' \mid \omega)$ para algún $\xi > 0$. Luego,
$\sum_{\omega' \in \Omega}\hat{q}(\omega' \mid \omega \wedge \theta) = \sum_{\omega' \in \Omega}\xi\pi(\omega' \mid \omega) \Rightarrow \frac{1}{1+r(\theta)} = \xi \Rightarrow \hat{q}(\omega' \mid \omega \wedge \theta) = \frac{\pi(\omega' \mid \omega)}{1+r(\theta)}$.

Hay un solo bien, de consumo e inversión, que es perecible. El problema del país es entonces

$$\text{Max}: u(c_0) + \beta \sum_{s \in S} \pi_s u(c_s) \text{ ,} \tag{5a}$$

$$c_0 = w_0 + \sum \hat{q}_s a_s^* \text{ ,} \tag{5b}$$

$$c_s = w_s - a_s^* \text{ ,} \tag{5c}$$

donde w_s es la dotación en el estado *s*, en una economía sin producción, o bien

$$\text{Max}: u(c_0) + \beta \sum_{s \in S} \pi_s u(c_s) \text{ ,} \tag{6a}$$

$$c_0 + i = f(k_0, l_0) + \sum_{s \in S} \hat{q}_s a_s^* \text{ ,} \tag{6b}$$

$$c_s = \omega f\left[k_0(1-\delta) + i, l_1\right] - a_s^* \text{ ,} \tag{6c}$$

en una con producción, donde a_s^* son las promesas (creíbles) de pago en el estado *s* que el país emite, ya sea para financiar consumo (c_0) o inversión (i) .

Aquí, la dotación $w_s = \omega f\left[k_0(1-\delta) + i, l_1\right]$ puede ser modificada a través de la inversión, y el estado doméstico se refiere al residuo de Solow[5].

Consideramos en esta sección una economía del tipo Arrow-Debreu, en donde Chile tiene acceso a un conjunto de *K* activos, los que le permiten recrear un conjunto completo de activos puros a los precios implícitos $\{\hat{q}_s\}_{s \in S}$. En este escenario $a_s^* = \hat{a}_s$ es escogido directamente para cada estado, y el consumo y la inversión resuelven

$$\underset{\{\{\hat{a}_s\}_{s \in S}, i\}}{\text{Max}}: \pounds = u\left[f(k_0, l_0) + \sum_{s \in S} \hat{q}_s \hat{a}_s - i\right] + \beta \sum \pi_s u\left\{\omega f\left[k_0(1-\delta) + i, l_1\right] - \hat{a}_s\right\}.$$

5. Respecto de la discusión de la exogeneidad de los shocks, es claro que el problema (5) es conceptualmente muy distinto del (6). En efecto, en el problema (5) la única causa del ciclo es el shock, y por tanto el PIB es independiente de la situación financiera mundial. En cambio, en el modelo (6), una recesión internacional probablemente se manifestará en tasas altas, deprimiendo la inversión doméstica. Entonces, puede haber una recesión doméstica en el período siguiente pese a que el residuo de Solow —shock— sea positivo.

Este problema es cóncavo, por lo que las siguientes condiciones son suficientes:

$$\frac{\partial £}{\partial i} = -u'(c_0) + \beta \sum_{s \notin S} \pi_s u'(c_s)\omega \frac{\partial f}{\partial k} = 0 \ ,$$

$$\frac{\partial £}{\partial \hat{a}_s} = u'(c_0)\hat{q}_s + \beta \pi_s u'(c_s)(-1) = 0 \ ,$$

de donde obtenemos

$$u'(c_0)\hat{q}_s = \beta \pi_s u'(c_s) \quad \forall\, s \in S \ , \tag{7a}$$

$$1 = \sum_{s \in S} \hat{q}_s \omega \frac{\partial f}{\partial k} \ \cdot \tag{7b}$$

La ecuación (7b) es el resultado de la completitud de los mercados, que nos permite separar las decisiones de consumo de las de producción (teorema de Fisher- Hirshleifer). Por su parte, (7a) establece que la volatilidad a través de estados del consumo dependerá exclusivamente de la relación entre precios y probabilidades de estados. En particular, si todo el riesgo es perfectamente diversificable (nacional e internacional, es decir, no hay riesgo agregado), $\hat{q}_s = \dfrac{\pi_s}{1+r}$ y (7a) se convierte en

$$\frac{u'(c_0)}{(1+r)\beta} = u'(c_s) \quad \forall\ \mathrm{s} \in \mathrm{S} \ ,$$

independiente de *s*, es decir, se alcanza el aseguramiento completo. Además, el consumo es creciente en el tiempo si (1 + *r*) β > 1. En cambio, si sólo el riesgo doméstico es perfectamente diversificable, será óptimo condicionar el consumo a la situación mundial. Entonces, de acuerdo con (1), el valor de las promesas emitidas es de

$$
\begin{aligned}
&\sum_{s\in S}\{\omega f[k_0(1-\delta)+i,l_1]-c_s\}\hat{q}_s \\
&=\sum_{s\in S}\omega f[k_0(1-\delta)+i,l_1]\hat{q}_s-\sum_{s\in S}c_s\hat{q}_s \\
&=\sum_{\theta\wedge\omega}\omega f[k_0(1-\delta)+i,l_1]\hat{q}_{\theta\wedge\omega}-\sum_{\theta\wedge\omega}c_\theta\hat{q}_{\theta\wedge\omega} \\
&=\sum_{\omega}\omega f[k_0(1-\delta)+i,l_1]\sum_{\theta}\hat{q}_{\theta\wedge\omega}-\sum_{\theta}c_\theta\sum_{\omega}\hat{q}_{\theta\wedge\omega} \\
&=\sum_{\omega}\omega f[k_0(1-\delta)+i,l_1]\hat{q}_\omega-\sum_{\theta}c_\theta\hat{q}_\theta \\
&=\sum_{\omega}\omega f[k_0(1-\delta)+i,l_1]\frac{\pi_\omega}{1+r}-\sum_{\theta}c_\theta\hat{q}_\theta\ ,
\end{aligned}
$$

es decir, el valor esperado del PIB, descontado a la tasa libre de riesgo, menos el valor de mercado del consumo, donde

$$
(u')^{-1}\left[\frac{u'(c_0)\hat{q}_s}{\beta\pi_s}\right]=c_s\quad \forall\, s\in S\ .
$$

Es claro que $\frac{\hat{q}_s}{\pi_s}=\frac{\hat{q}(\theta\wedge\omega)}{\pi(\theta\wedge\omega)}$ va a ser mayor para los estados θ de mayor escasez mundial, de manera que el consumo del país estará correlacionado con el consumo mundial —y a través suyo con la tasa de interés internacional—, pero no con el PIB doméstico.

2. Un mundo con un único contrato: Crédito

Consideramos ahora una situación en que sólo se puede transar un tipo de contrato, mediante el cual su emisor se compromete a pagar un determinado monto $\hat{a}$ (independiente de toda contingencia), y se obliga a recibir un castigo no pecuniario en caso de incumplimiento que es proporcional al monto del incumplimiento: $\phi(a_s^*-\hat{a})$. En un contexto intertemporal, este castigo podría tener la forma, por ejemplo, de una exclusión de los mercados de crédito como respuesta al incumplimiento.

Respecto de este contrato hay dos decisiones que tomar: en $t=0$ cuántas unidades de este contrato emitir, y en $t=1$ cuánto pagar (si cumplir o no).

Debido a la proporcionalidad del castigo, la política óptima de devolución tiene la forma (en el anexo 1 se resuelve el problema):

$$\begin{cases} \text{devolver} & \text{si } \hat{a} \leq \bar{a}_s \\ \text{incumplir} & \text{en otro caso ,} \end{cases}$$

donde $\bar{a}_s = w_s - u'^{-1}(\phi)$ es lo máximo que el país estaría dispuesto a devolver en el estado *s*. Es decir, el país tratará de pagar, pero no someterá a sus habitantes a un nivel de consumo por debajo de un cierto umbral. Así, las promesas que el país puede creíblemente emitir tienen la forma:

$$a_s^* = \begin{cases} \hat{a} & \text{si } \hat{a} \leq \bar{a}_s \\ \bar{a}_s & \text{si no .} \end{cases} \tag{8}$$

La existencia de este límite es el origen del riesgo soberano.

2.1 La "curva de oferta" de fondos

Es claro que para niveles bajos de endeudamiento, creíblemente el país puede emitir promesas libres de riesgo y, por ende, se endeuda a la tasa libre de riesgo.

En efecto,

$$\hat{a} \leq \min\{\bar{a}_1, \ldots, \bar{a}_S\} \Rightarrow a_s^* = \hat{a} \quad \forall \text{ s ,}$$

$$\Rightarrow \sum_s \hat{q}_s a_s^* = \sum \hat{q}_s \hat{a} = \frac{\hat{a}}{1 + r(\theta)} \text{ ,}$$

donde r (θ) es la tasa libre de riesgo.

Ahora bien, $\min\{\bar{a}_1, \ldots, \bar{a}_S\} = \min\{w_1, \ldots, w_S\} - (u')^{-1}(\phi)$ es de hecho la máxima deuda libre de riesgo que puede emitir. Si se endeuda por sobre ese nivel, el (los) prestamista(s) sabrá(n) que hay al menos un estado en el que no se va a pagar la totalidad de lo adeudado. Cualquier deuda superior tendrá aparejado un premio por riesgo, premio que por lo demás es creciente.

Supongamos por simplicidad que *S* está ordenado de acuerdo con $w_1 \leq w_2 \leq \ldots \leq w_s$. Una noción de tasa de descuento o premio por riesgo se define de acuerdo con:

$$\begin{aligned} valor &= \frac{pago\ prometido}{1+\rho} \\ &\Rightarrow 1+\rho = \frac{pago\ prometido}{valor} \\ &= \frac{\hat{a}}{\sum_s \hat{q}_s a_s^*} \ . \end{aligned} \tag{9}$$

Al intentar consumir una unidad adicional, la tasa sube si aumenta la probabilidad de no pago:

$$\frac{d\rho}{dc_0} = \frac{\dfrac{\partial \hat{a}}{\partial c_0} \sum_s \hat{q}_s a_s^* - \hat{a} \sum_s \hat{q}_s \dfrac{\partial a_s^*}{\partial c_0}}{\left(\sum_s \hat{q}_s a_s^*\right)^2} \geq 0 \ ,$$

$$\frac{\partial \hat{a}}{\partial c_0} \geq \frac{\hat{a}}{\sum_s \hat{q}_s a_s^*} \sum_s \hat{q}_s \frac{\partial a_s^*}{\partial c_0} \ ,$$

$$\frac{1}{\sum_s \hat{q}_s \left(\dfrac{\partial a_s^* / \partial c_0}{\partial \hat{a} / \partial c_0} \right)} \geq 1 + \rho \ .$$

Si $\forall s \quad \hat{a} < \overline{a}_s \Rightarrow a_s^* = \hat{a} \Rightarrow \dfrac{\partial a_s^*}{\partial c_0} = \dfrac{\partial \hat{a}}{\partial c_0} = 1 + r \Rightarrow \dfrac{d\rho}{dc_0} = 0$.

Sea $S^\dagger(\hat{a}, i) \equiv \{ s \in S : \hat{a} > \overline{a}_s \}$. Entonces,

para $s \in S^\dagger \quad \hat{a} > \overline{a}_s \Rightarrow a_s^* = \overline{a}_s \Rightarrow \dfrac{\partial a_s^*}{\partial c_0}$ ·

Para $s \notin S^\dagger \quad \hat{a} > \overline{a}_s \Rightarrow a_s^* = \overline{a}_s \Rightarrow \dfrac{\partial a_s^*}{\partial c_0} = 1 + r$,

$$\frac{1}{\sum_{s \in s} \hat{q}_s \left(\dfrac{\partial a_s^* / \partial c_0}{\partial \hat{a} / \partial c_0} \right)} = \frac{1}{\sum_{s \notin S^\dagger} \hat{q}_s} > \frac{1}{\sum_{s \in S} \hat{q}_s} = 1 + r \ .$$

Más aún, mientras más alta la promesa, menor será el valor de la promesa adicional $\sum_{s\notin S^\dagger}\hat{q}_s$, y por tanto, mayor la tasa implícita[6].

Así, al construir una "curva de oferta" de fondos externos enfrentada por el país, entendida como la relación entre la tasa de interés cobrada por el resto del mundo por cada dólar marginal de deuda, naturalmente ésta tendrá pendiente positiva. La aparente incongruencia entre la existencia de una tasa de interés internacional dada y una curva de oferta de fondos creciente, radica en que en un mundo walrasiano los precios efectivamente están dados para calidad constante, pero la calidad de las promesas que creíblemente puede ofrecer un país depende inversamente de su nivel de endeudamiento.

Harberger (1980) señala que esta explicación del riesgo soberano no es completamente satisfactoria, puesto que si bien la probabilidad de no pago es un costo para el prestamista, debiera ser considerada como un beneficio para el deudor y, en ese sentido, la pendiente positiva no correspondería a la noción habitual de un aumento en el costo de financiamiento. Esto, no obstante, no se aplica enteramente al modelo delineado más arriba, por cuanto existe un costo real del incumplimiento dado por ϕ, que hace que la eventualidad del no pago no sea atractiva tampoco para el deudor, sino un "último recurso" (analíticamente, esto se ve en las ecuaciones 11a y 11b, más adelante).

2.2 El consumo óptimo

Dado el comportamiento óptimo de pago en el segundo período, $a_s^* = \min\left\{\hat{a}, w_s - (u')^{-1}(\phi)\right\}$, la trayectoria óptima del consumo y la inversión resuelven:

$$\begin{aligned}
&\text{Max}: u(c_0) + \beta \sum_{s\in S} \pi_s u(c_s)\ ,\\
&c_0 + i = f(k_0, l_0)\\
&\qquad + \sum_{s\in S} \hat{q}_s \min\left\langle \hat{a}, \left\{\omega f\left[k_0(1-\delta)+i, l_1\right] - (u')^{-1}(\phi)\right\}\right\rangle\ ,\\
&c_s = \omega f\left[k_0(1-\delta)+i, l_1\right]\\
&\qquad - \min\left\langle \hat{a}, \left\{\omega f\left[k_0(1-\delta)+i, l_1\right] - (u')^{-1}(\phi)\right\}\right\rangle\ .
\end{aligned} \tag{10}$$

6. Existe un segundo concepto de tasa que analizamos en el anexo B.

Sea $S^{\dagger}(\hat{a},i) \equiv \left\{ s \in S : \hat{a} > \bar{a}_s = \omega f\left[k_0(1-\delta)+i,l_1\right] - (u')^{-1}(\phi) \right\}$ el conjunto de los estados en los que es óptimo incumplir. Por cierto este conjunto depende de las decisiones $\hat{a}$ e i, por lo que las condiciones marginales que presentamos a continuación no son suficientes para caracterizar la solución. Sin embargo, son necesarias en una solución interior:

$$\begin{aligned}\underset{\{\hat{a},\mathrm{i},\mathrm{c}_0\}}{\mathrm{Max}} :\pounds = {} & u(c_0) + \beta \sum_{s\in S^{\dagger}} \pi_s u\left[(u')^{-1}(\phi)\right] \\ & + \beta \sum_{s\notin S^{\dagger}} \pi_s u\left\{ wf\left[k_0(1-\delta)+i,l_1\right] - \hat{a} \right\} \\ & + \lambda \left\langle \begin{aligned} & f(k_0,l_0) + \sum_{s\in S^{\dagger}} \hat{q}_s \left\{ wf\left[k_0(1-\delta)+i,l_1\right] - (u')^{-1}(\phi) \right\} \\ & + \sum_{s\notin S^{\dagger}} \hat{q}_s \hat{a} - c_0 - i \end{aligned} \right\rangle ,\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \pounds}{\partial c_0} = u'(c_0) - \lambda = 0 \ ,$$

$$\frac{\partial \pounds}{\partial i} = \beta \sum_{s\notin S^{\dagger}} \pi_s u'(c_s)\omega \frac{\partial f}{\partial k} + \lambda \left(-1 + \sum_{s\in S^{\dagger}} \hat{q}_s \omega \frac{\partial f}{\partial k} \right) = 0 \ ,$$

$$\frac{\partial \pounds}{\partial \hat{a}_s} = \beta \sum_{s\notin S^{\dagger}} \pi_s u'(c_s)(-1) + \lambda \left(\sum_{s\notin S^{\dagger}} \hat{q}_s \right) = 0 \ ,$$

de manera que el consumo y la inversión óptimos están caracterizados por:

$$\underbrace{\beta \sum_{s\notin S^{\dagger}} \pi_s u'(c_s)\omega \frac{\partial f}{\partial k} + u'(c_0) \sum_{s\in S^{\dagger}} \hat{q}_s \omega \frac{\partial f}{\partial k}}_{\text{Beneficio esperado de la mayor inversión}} = \underbrace{u'(c_0)}_{\text{Valor del sacrificio presente}} , \tag{11a}$$

$$\underbrace{\beta \sum_{s\notin S^{\dagger}} \pi_s u'(c_s)}_{\substack{\text{Beneficio esperado} \\ \text{del mayor consumo}}} = \underbrace{u'(c_0)\left(\sum_{s\notin S^{\dagger}} \hat{q}_s \right)}_{\text{Valor del sacrificio presente}} . \tag{11b}$$

Respecto de la comparación de los niveles de riesgo del consumo en el óptimo y en autarquía, es necesario adoptar un criterio que le dé sentido a la frase “más riesgoso”. En particular, adoptaremos la siguiente definición: el perfil de consumo contingente c es más riesgoso que c' si

$$\frac{c_1}{c_1'} \leq \frac{c_2}{c_2'} \leq \ldots \leq \frac{c_s}{c_s'} \ ,$$

donde mantenemos la convención de que el estado 1 es el peor, el 2 el segundo peor, etc. La idea de esta definición es ver si el nuevo perfil de consumo está a menor o mayor distancia de un perfil de consumo libre de riesgo. De acuerdo con ella, un perfil de consumo es más riesgoso que otro si exacerba los extremos; y es igualmente riesgoso si se amplifican todos los niveles contingentes en la misma proporción. Es importante notar que esta definición no permite ordenar todos los flujos de consumo contingente, pero sí los que necesitamos comparar en el presente ejercicio.

Por una parte, un incremento en la inversión genera un aumento proporcional del consumo en todo estado y, por tanto, no altera el nivel de riesgo. En cambio, un incremento de la deuda genera una caída en mayor proporción en aquellos estados de menor consumo, aumentando el riesgo. En efecto, sea c_s el consumo con endeudamiento y c_s' el consumo en autarquía, ambos en el estado *s*. Consideremos una situación en que el óptimo involucra niveles bajos de endeudamiento, de modo que para todo estado *s*,

$$\text{Min} : \left\langle \hat{a}, \left\{ \omega f\left[k_0 \left(1-\delta\right) + i, l_1 \right] - \left(u'\right)^{-1}\left(\phi\right) \right\} \right\rangle = \hat{a} \ .$$

Entonces,

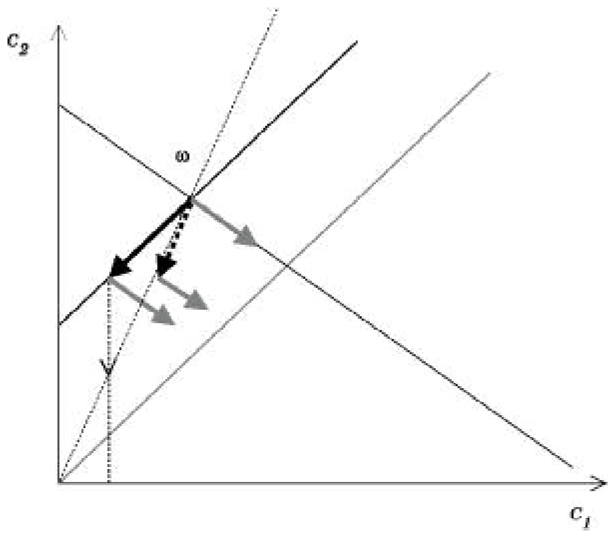
$$c\left(\omega\right) = \omega f\left[k_0 \left(1-\delta\right) + i, l_1 \right] - \hat{a} \ ,$$
$$c'\left(\omega\right) = \omega f\left[k_0 \left(1-\delta\right) + i, l_1 \right] ,$$
$$\frac{c_s}{c_s'} \leq \frac{c_{s+1}}{c_{s+1}'} \quad \forall\ s \Leftrightarrow \frac{c_s}{c_{s+1}} \leq \frac{c_s'}{c_{s+1}'} \quad \forall\ s \ ,$$
$$\frac{c_s}{c_{s+1}} = \frac{\omega f\left[k_0 \left(1-\delta\right) + i, l_1 \right] - \hat{a}}{\left(\omega_{+1}\right) f\left[k_0 \left(1-\delta\right) + i, l_1 \right] - \hat{a}}$$
$$\leq \frac{\omega f\left[k_0 \left(1-\delta\right) + i, l_1 \right] - \hat{a}}{\left(\omega_{+1}\right) f\left[k_0 \left(1-\delta\right) + i, l_1 \right] - \hat{a}} = \frac{c_s'}{c_{s+1}'} \ ,$$
$$\frac{f\left[k_0 \left(1-\delta\right) + i, l_1 \right] - \hat{a}/\omega}{f\left[k_0 \left(1-\delta\right) + i, l_1 \right] - \hat{a}/\left(\omega + 1\right)} \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{\hat{a}}{\omega} \leq -\frac{\hat{a}}{\left(\omega_{+1}\right)}$$
$$\Leftrightarrow \left(\omega_{+1}\right) \geq \omega \ .$$

Cuando, en cambio, el óptimo involucra estados con incumplimiento, el nivel de riesgo disminuye. Sin embargo, el grado de incumplimiento debe ser alto para alcanzar el mismo nivel de riesgo del consumo que había en autarquía.

El gráfico 2 ilustra el problema cuando hay dos estados. El punto ω representa la dotación inicial; cambios en el nivel de inversión son movimientos en la línea punteada, manteniendo el nivel de riesgo. Al emitir promesas de pago libres de riesgo, el consumo se mueve por la línea gruesa hacia abajo, alejándose de la línea de certeza. Cuando en un estado se alcanza el consumo mínimo, se cambia a la trayectoria punteada gruesa, disminuyendo el riesgo. En el extremo, cuando todas las promesas se han vendido, el país incumple con probabilidad 1, y se ha llegado a la línea de certeza. La trayectoria gris, en cambio, involucra la compra de activos externos, y es la única forma de estabilizar el consumo sin incurrir en incumplimiento.

De lo anterior se sigue, además, que salvo por los estados de incumplimiento —en los que el consumo es una constante $(u')^{-1}(\phi)$ —, el consumo depende directamente de la producción, absorbiendo todo su riesgo.

Gráfico 2. Análisis intertemporal de la decisión del consumidor



Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, es interesante comparar esta solución con la de autarquía:

$$\underset{\{i,c_0\}}{\text{Max}} : \pounds = u(c_0) + \beta \sum_{s\in S} \pi_s u\{wf[k_0(1-\delta)+i, l_1]\}$$
$$+ \lambda[f(k_0, l_0) - c_0 - i],$$

$$\frac{\partial \pounds}{\partial c_0} = u'(c_0) - \lambda = 0 \ ,$$

$$\frac{\partial \pounds}{\partial i} = \beta \sum_{s\in S} \pi_s u'(c_s)\omega \frac{\partial f}{\partial k} + \lambda(-1) = 0 \ ,$$

$$\Rightarrow \beta \sum_{s\in S} \pi_s u'(c_s)\omega \frac{\partial f}{\partial k} = u'(c_0) \ .$$

Para niveles bajos de deuda, $S^{\dagger}$ es vacío y $S=\{s\in S^{\dagger}\}$. Entonces, (11a) se convierte en

$$\beta \sum_{s\in S} \pi_s u'(c_s)\,\omega \frac{\partial f}{\partial k} = u'(c_0) \ ,$$

de modo que la ecuación que define la inversión es la misma que en autarquía, pero al poder emitir deuda el consumo debe también satisfacer (por 11b):

$$(1+r)\beta \sum_{s\in S} \pi_s u'(c_s) = u'(c_0) \ .$$

Podemos ver que con el acceso al crédito el consumo presente aumenta si es óptimo endeudarse; pero lo hace hasta un nivel inferior al que tendría en el caso de mercados completos.

2.3 Un ejemplo numérico

Para ilustrar las ideas anteriores, consideramos una situación en que la tasa de crecimiento del PIB es la única fuente de incertidumbre, y sigue un proceso trinomial descrito por la siguiente matriz de transición:

Matriz de transición

D %PIB

t / t –1	**7,13%**	**5,91%**	**-6,77%**
7,13%	65,0%	45,5%	28,6%
5,91%	25,0%	36,4%	14,3%
-6,77%	10,0%	18,2%	57,1%

A manera de ilustración, el gráfico 3 muestra una trayectoria posible de este proceso estocástico.

Bajo el supuesto de diversificabilidad perfecta del riesgo interno, tenemos que los precios de los estados son proporcionales a las probabilidades, de manera que el valor de las promesas de pago $\left\{a_{s'}^{*}\right\}_{s'\in S}$ emitidas en t = 0 es de

$$\sum_{s'\in S} a_{s'}^{*}\hat{q}\left(s' \mid s\right)=\sum_{\omega'}\frac{\pi\left(\omega' \mid \omega\right)}{1+r\left(\theta\right)}a_{s'}^{*}\ , \tag{12}$$

si la economía se encuentra inicialmente en el estado s en t = 0. La ecuación (12) pone de manifiesto que cuando la deuda es libre de riesgo, su valor depende exclusivamente de la tasa (internacional) libre de riesgo. Sin embargo, cuando las promesas son riesgosas, una eventual persistencia de los estados internos puede superar en importancia a las tasas externas como determinante del valor de los activos.

Así, por ejemplo, el precio de un activo que paga

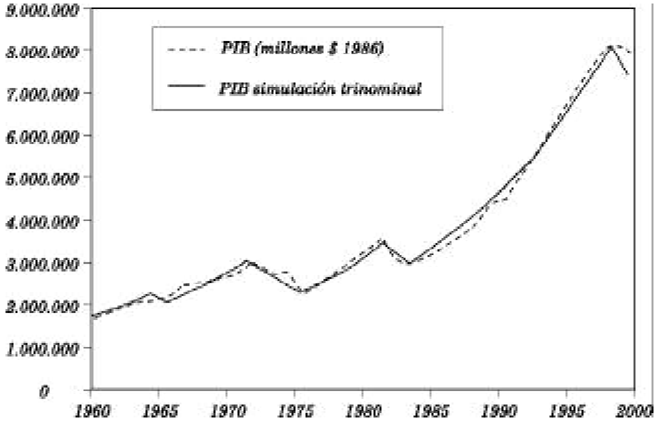
$$\begin{pmatrix}\mathbf{150}\\ \mathbf{87}\\ \mathbf{1}\end{pmatrix},$$

hubiera evolucionado de acuerdo con el gráfico 4.

El activo descrito corresponde a un crédito a un año con valor par de 150/(1+r), que será pagado íntegramente sólo en caso de que el PIB crezca al 7%; 87 en caso de crecimiento intermedio, y 1 en caso de recesión. Las fluctuaciones violentas del precio responden a la alta persistencia que muestra la matriz de transición.

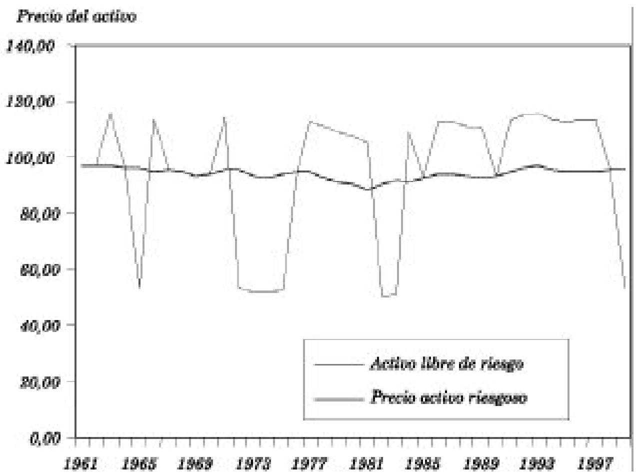
Respecto de la “curva de oferta” de fondos, ésta tendría pendiente positiva a partir de cierto nivel (determinado por el mínimo nivel de consumo que el país se ha fijado), y se contraería en caso

Gráfico 3. Evolución del PIB simulado y efectivo, en millones de pesos de 1986



Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 4. Evolución del precio de un activo riesgoso



Fuente: Elaboración propia.

de recesión, es decir, acusaría un aumento en el nivel del "riesgo país" (por la mayor probabilidad de incumplimiento implicada por la recesión), (ver gráfico 5).

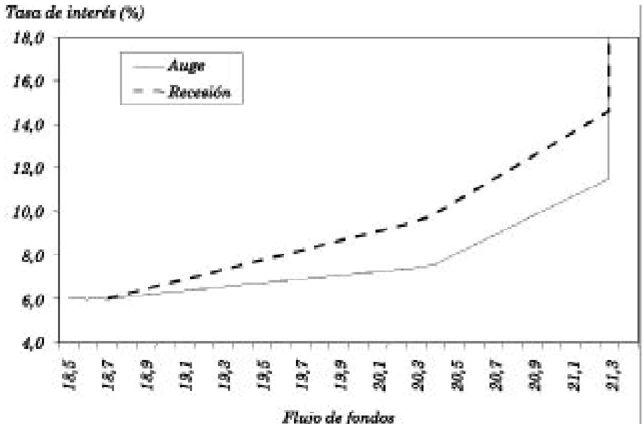
3. COMENTARIOS FINALES

Hemos sugerido que el comportamiento del flujo de capitales en Chile no es consistente con lo que esperaríamos si un conjunto completo de activos estuviese disponible, particularmente en lo referente al nivel de riesgo exhibido por el consumo agregado y su correlación con el estado de la producción interna. En efecto, observamos un grado de aseguramiento excesivamente reducido. Numerosos estudios documentan que este fenómeno es prácticamente universal.

También hemos sugerido que esos hechos son consistentes con la existencia de un único mecanismo de transferencia de fondos a nivel internacional, el crédito, que por su naturaleza es inflexible y, por tanto, un pésimo instrumento para efectos de transferir el riesgo —transferencia que, por lo demás, pensamos que debiera poder hacerse a un costo muy bajo, dadas las posibilidades de diversificación del riesgo interno en el contexto mundial.

Por cierto, no desconocemos la existencia de la inversión extranjera directa, que en cierta medida corresponde a la venta

Gráfico 5. Curva de oferta de fondos en auge y en recesión



Fuente: Elaboración propia.

de activos con pagos concentrados en estados de auge. Esto, sin duda, es preferible —desde la perspectiva del aseguramiento— a la emisión de deuda. Sin embargo, para alcanzar un mayor nivel de estabilidad en el consumo sin sacrificar eficiencia productiva, es necesario, además, comprar activos externos, cuyos pagos sean mayores precisamente en nuestros estados recesivos. Como nos ha recordado la reciente experiencia recesiva, la inversión directa no ha permitido lograr una mayor estabilidad en el consumo.

El modelo presentado es limitado en muchos aspectos. Por ejemplo, por considerar sólo dos períodos. Al considerar más períodos, se abre la posibilidad de que el país se autoasegure parcialmente por la vía de condicionar el nivel de endeudamiento al estado de la economía, de modo que la inflexibilidad de la deuda se disipa —pero sólo parcialmente.

Otra limitación evidente de este análisis es la simpleza de la modelación del ciclo interno. En particular, no se consideran ni la posibilidad de que el consumo de gobierno afecte al nivel de producción por una vía distinta a la inversión, ni la posibilidad de que la probabilidad de no pago sea afectada por decisiones de, por ejemplo, países vecinos. Ambos, sin duda, son ingredientes de un cuadro más realista. Por otra parte, si bien los ciclos pueden ser de origen externo, no se considera la posibilidad de que su severidad dependa del nivel de financiamiento externo.

No obstante, el punto central sigue siendo que hay años en que el consumo es más caro (escaso) que en otros a nivel mundial, y que la producción interna tiene un alto componente diversificable, de lo que una aplicación simple de racionalidad económica permite concluir que hay oportunidades de intercambio obvias con el resto del mundo.

Causa entonces cierta perplejidad ver que esas oportunidades no se han aprovechado. Si bien en este artículo no intentamos explicar esta aparente paradoja, sí establecemos que es consistente con una clase particular de incompletitud de mercados financieros: la existencia del crédito como contrato único —o mayoritario.

En este mundo restringido, la causa de la preocupación por el ahorro y el endeudamiento no es el monto de las obligaciones contraídas, sino su composición. En efecto, es la inflexibilidad de la deuda la que nos hace más "vulnerables" o sensibles frente al riesgo, y no el financiamiento externo en sí. Si contáramos, en cambio, con financiamiento flexible, que permitiera implícitamente vender derechos de consumo en estados de bonanza para comprar derechos internacionales en estados recesivos, sería posible financiar un mayor nivel de inversión a un menor costo en bienestar, reduciendo el ahorro.

ANEXOS

Anexo A. Incumplimiento óptimo

Dada una promesa de pago de $\hat{a}$ en el segundo período, con un castigo de $\phi(z-\hat{a})$ en caso de incumplimiento (pagar $z < \hat{a}$), el monto a pagar escogido por el país será

$$\underset{\{z\}}{\text{Max}}: \left[u\left(w_s - z\right) + \phi \min\left(z - \hat{a}, 0\right)\right].$$

Para resolver este problema, definimos la variable auxiliar x:

$$\underset{\{z\}}{\text{Max}}:\ \pounds = \left[u\left(w_s - z\right) + \phi x\right],$$

$$x \leq 0\ ,$$
$$x \leq z - \hat{a}\ ,$$

$$0 = \left(x - 0\right)\left(x - z + \hat{a}\right).$$

Así,

$$\underset{\{z,x,\lambda,\gamma,\delta\}}{\text{Max}}: \pounds = \left\{\begin{array}{l} u\left(w_s - z\right) + \phi x + \lambda\left(-x\right) + \gamma\left(z - \hat{a} - x\right) \\ + \delta\left[x\left(x - z + \hat{a}\right)\right] \end{array}\right\},$$

$$\frac{\partial \pounds}{\partial z} = u'\left(w_s - z\right)\left(-1\right) + \gamma - \delta x = 0\ ,$$

$$\frac{\partial \pounds}{\partial x} = \phi - \lambda - \gamma + \delta\left(2x - z + \hat{a}\right) = 0\ .$$

Caso 1: (incumplimiento) $z < \hat{a}, \quad x < 0, \quad x = z - \hat{a}, \quad \lambda = 0, \quad \gamma > 0\ .$

$$u'\left(w_s - z\right) = \gamma - \delta\left(z - \hat{a}\right),$$
$$\phi = \gamma - \delta\left(z - \hat{a}\right),$$
$$\Rightarrow u'\left(w_s - z\right) = \phi\ .$$

Definamos la máxima deuda que el país pagaría en el estado s como $\overline{a}_s$

$$u'\left(w_s - \overline{a}_s\right) = \phi \ .$$

Note que de hecho podemos definir un nivel de consumo mínimo de acuerdo con $u'\left(\overline{c}\right) = \phi \Rightarrow \overline{c} = w_s - \overline{a}_s \Rightarrow \overline{a}_s = w_s - \overline{c}$, de manera que el máximo pago que el país estaría dispuesto a devolver crece linealmente con la dotación.

Caso 2: (cumplimiento) $z = \hat{a}, \quad x = 0, \quad \lambda > 0, \quad \gamma = 0$.

$$u'\left(w_s - z\right) = \gamma \ ,$$
$$\phi - \lambda - \gamma = 0 \ ,$$
$$\Rightarrow u'\left(w_s - \hat{a}\right) = \phi - \lambda \ ,$$

que se da cuando

$$u'\left(w_s - \hat{a}\right) = \phi - \lambda \leq \phi = u'\left(w_s - \overline{a}_s\right) \ ,$$
$$w_s - \hat{a} \geq w_s - \overline{a}_s \ ,$$
$$\hat{a} \leq \overline{a}_s \ ,$$

debido a que $u'(.)$ es decreciente. La condición de segundo orden se satisface porque $u''(.)$ es creciente. Entonces, la política óptima de devolución del préstamo es:

$$a_s^* = \begin{cases} \hat{a} & \text{si } \hat{a} \leq \overline{a}_s \\ \overline{a}_s & \text{si no} \end{cases}$$
$$= \begin{cases} \hat{a} & si\ \hat{a} \leq w_s - \left(u'\right)^{-1}\left(\phi\right) \\ w_s - \left(u'\right)^{-1}\left(\phi\right) & \text{si no} \ . \end{cases}$$

Es claro entonces que si

$$w_1 \leq w_2 \leq \ldots \leq w_s \Rightarrow \overline{a}_1 \leq \overline{a}_2 \leq \ldots \leq \overline{a}_s \Rightarrow a_1^* \leq a_2^* \leq \ldots \leq a_s^* \ .$$

Anexo B. Otra tasa de descuento

Una segunda noción de "tasa" se obtiene

$$\begin{aligned} valor &= \frac{pago\ esperado}{1+\rho} \\ \Rightarrow 1+\rho &= \frac{\sum_s \pi_s a_s^*}{\sum_s \hat{q}_s a_s^*} \ . \end{aligned} \tag{13}$$

Esta tasa coincide con la tasa libre de riesgo en dos casos especiales: que las promesas sean libres de riesgo, o que el riesgo no sea remunerado (o perfectamente diversificable). En efecto:

$$\begin{aligned} a_s^* = \hat{a}\ \forall\ s' \Rightarrow 1+\rho &= \frac{\sum_s \pi_s a_s^*}{\sum_s \hat{q}_s a_s^*} \\ &= \frac{\sum_s \pi_s a_s^*}{\sum_s \hat{q}_s \hat{a}} = \frac{1}{1/(1+r)} = 1+r \ , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{q}_s = \frac{\pi_s}{1+r}\ \forall\ s \Rightarrow 1+\rho &= \frac{\sum_s \pi_s a_s^*}{\sum_s \hat{q}_s a_s^*} \\ &= \frac{\sum_s \pi_s a_s^*}{\sum_s \frac{\pi_s}{1+r} a_s^*} \frac{1}{1/(1+r)} = 1+r \ . \end{aligned}$$

En general, esta tasa ρ será creciente si:

$$\frac{d\rho}{dc_0} = \frac{\sum_s \pi_s \frac{\partial a_s^*}{\partial c_0}\left(\sum_s \hat{q}_s a_s^*\right) - \left(\sum_s \hat{q}_s \frac{\partial a_s^*}{\partial c_0}\right)\sum_s \pi_s a_s^*}{\left(\sum_s \hat{q}_s a_s^*\right)^2} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sum_s \pi_s \frac{\partial a_s^*}{\partial c_0}}{\sum_s \hat{q}_s \frac{\partial a_s^*}{\partial c_0}} \geq 1 + \rho \ .$$

Si $\forall s \quad \hat{a} < \overline{a}_s \Rightarrow a_s^* = \hat{a} \Rightarrow \frac{\partial a_s^*}{\partial c_0} = 1 + r$,

$$\Rightarrow \frac{\sum_s \pi_s \left(1 + r\right)}{\sum_s \hat{q}_s \left(1 + r\right)} = 1 + r \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}c_0} = 0 \ .$$

Si para $s \in S^\dagger \quad \hat{a} > \overline{a}_s \Rightarrow a_s^* = \overline{a}_s \Rightarrow \frac{\partial a_s^*}{\partial c_0} = 0$.

Para $s \notin S^\dagger \quad \hat{a} < \overline{a}_s \Rightarrow a_s^* = \hat{a} \Rightarrow \frac{\partial a_s^*}{\partial c_0} = 1 + r$,

$$\Rightarrow \frac{\sum_s \pi_s \frac{\partial a_s^*}{\partial c_0}}{\sum_s \hat{q}_s \frac{\partial a_s^*}{\partial c_0}} = \frac{\sum_{s \notin S^\dagger} \pi_s}{\sum_{s \notin S^\dagger s} \hat{q}_s} \ .$$

La relación entre esta tasa y la anterior es simple:

$$\frac{\text{pago prometido}}{\text{valor}} = \frac{\text{pago prometido}}{\text{pago esperado}} \frac{\text{pago esperado}}{\text{valor}} \ .$$

Luego, la razón por la que el premio por riesgo es creciente en el caso anterior es que la probabilidad de no pago hace crecer la primera razón.

REFERENCIAS

Eaton, J. y R. Fernández. 1995. "Sovereign Debt". En *Handbook of International Economics,* editado por G. Grossman y K. Rogoff, Vol. 3, 2031-2077. Amsterdam: North-Holland.

Feldstein, M. y C. Horioka. 1980. "Domestic Saving and the International Capital Flows". *The Economic Journal* 90: 314-329.

Harberger, A. 1980. "Vignettes on the World Capital Market". *American Economic Review* 70: 331-337.

Obstfeld, M. y K. Rogoff . 2000. "The Six Major Puzzles in International Macroeconomics: Is There a Common Cause?". NBER Working Paper 7777. Cambridge, Mass: National Bureau of Economic Research.