

PREDICTIBILIDAD ENCUBIERTA EN ECONOMÍA: EL CASO DEL TIPO DE CAMBIO NOMINAL CHILENO*

*Pablo Pincheira B.***

I. INTRODUCCIÓN

En muchas aplicaciones económicas, modelos y variables son evaluados por su capacidad para generar predicciones acertadas. Esta práctica usualmente compara el error cuadrático medio de predicción (ECMP) generado fuera de muestra por los modelos o métodos que están en evaluación.

Parte importante de la literatura define explícita o implícitamente la siguiente regla de decisión: El modelo o método escogido será el que entregue el menor ECMP en un ejercicio fuera de muestra.

Otra parte importante de la literatura opta por realizar inferencia respecto a la capacidad predictiva de los modelos. En este contexto, surge natural pensar en un *t-type* statistic basado en diferencias del ECMP. Un test de estas características se ha popularizado por el trabajo de Diebold y Mariano (1995) así como por el de West (1996), razón por la cual se abrevia a este tipo de test como DM, o alternativamente como DMW.¹ Debe señalarse que West (1996) se centra en una versión perfeccionada del test planteado por Diebold y Mariano (1995), al incorporar explícitamente la incertidumbre paramétrica en una variedad de aplicaciones². Cabe notar que uno de los aportes de West (1996) es presentar condiciones bajo las cuales se obtiene un resultado denominado *irrelevancia asintótica*, que se refiere al desvanecimiento asintótico de la incertidumbre paramétrica en un test del tipo DMW. Esta irrelevancia ocurre, por ejemplo, cuando la función de pérdida utilizada es cuadrática. Finalmente West (1996) también señala explícitamente que la aplicación del test de DMW con valores asintóticos normales puede ser incorrecta si los modelos bajo evaluación están anidados, situación que ocurre en las tradicionales comparaciones del

ECMP fuera de muestra entre un modelo lineal y una martingala en diferencias.³

La regla de decisión que surge al aplicar inferencia estadística de tipo frecuentista, se basa en encontrar la distribución (asintótica, exacta o aproximada mediante algún tipo de *bootstrap*) del estadístico en cuestión, asumiendo que la hipótesis nula es satisfecha. Una vez conocida la distribución bajo la nula (o su aproximación), es posible obtener valores críticos asociados a cualquier tamaño nominal α del test, o equivalentemente a cualquier nivel de confianza $1-\alpha$. Con los valores críticos en la mano, la hipótesis nula de igualdad de habilidad predictiva entre dos modelos se rechaza a favor de la hipótesis alternativa si el estadístico DMW cae fuera del rango definido por los valores críticos. De otra manera, no se rechaza la nula.

En este contexto, los objetivos de este documento son dos. Primero, se pretende entregar sólidos argumentos que evidencien los costos de aplicar una regla de decisión basada en comparaciones del ECMP que no involucran un ejercicio de inferencia estadística. En segundo lugar, se pretende explicar y mostrar vía simulaciones de Monte Carlo, los eventuales costos de utilizar valores asintóticos normales con el test DMW, cuando los modelos que se comparan son anidados. Finalmente, este último

* Se agradecen las sugerencias de Klaus Schmidt-Hebbel, Jorge Selaive, Andrea Bentancor y un árbitro anónimo. Todos los errores que persisten son de responsabilidad del autor y no comprometen la opinión del Banco Central de Chile ni de sus consejeros.

** Gerencia de Investigación Económica, Banco Central de Chile. E-mail: ppinchei@bcentral.cl

¹ White (2000) y Giacomini y White (2006) por ejemplo, usan esta notación.

² Incertidumbre paramétrica se denomina el hecho de no conocer realmente los parámetros poblacionales de un modelo.

³ Existe toda una literatura que utiliza como benchmark predictivo al camino aleatorio. Se observa que un camino aleatorio en primeras diferencias es una martingala en diferencias, proceso que, en general, está anidado en una gran cantidad de modelos.

costo es ejemplificado en dos casos concretos que intentan evaluar predictibilidad del tipo de cambio nominal peso/dólar en Chile.

El documento se organiza de la siguiente manera: la próxima sección establece el contexto econométrico sobre el cual se construye este artículo. La tercera sección enfatiza algunos problemas asociados a las comparaciones directas de ECMP que no involucran inferencia. La cuarta sección se ocupa de mostrar los costos que pueden generarse al utilizar valores críticos normales para el test de DMW cuando se realizan comparaciones de ECMP entre modelos anidados. La quinta sección ilustra estos costos en aplicaciones empíricas que evalúan predictibilidad de los retornos del tipo de cambio nominal en Chile. Finalmente, la sexta sección entrega algunos comentarios, un resumen y conclusiones.

II. CONTEXTO ECONOMÉTRICO

El contexto econométrico que se usa es muy parecido al de Clark y West (2006), pero ligeramente modificado y ampliado con el fin de ajustarse a los objetivos del presente documento. Se tienen dos modelos, uno que se denomina nulo y otro alternativo. Por simplicidad, en la presente sección se trabajará con predicciones un paso hacia adelante.

$$M_A: y_{t+1} = \alpha + \beta x_t + \gamma z_t + \varepsilon_{t+1} \quad (1)$$

$$M_0: y_{t+1} = \gamma z_t + \varepsilon_{2t+1} \quad (2)$$

La variable y_t en las expresiones (1) y (2) representa, por ejemplo, el retorno de algún activo financiero entre los instantes t y $t+1$, ε_{t+1} y ε_{2t+1} son perturbaciones aleatorias no correlacionadas con información previa al instante t , mientras x_t y z_t representan regresores exógenos. También se supone estacionariedad para todas las variables involucradas.

Se observa, además, que los modelos en (1) y (2) son anidados. Esto, porque el modelo (2) se puede recuperar íntegramente del modelo (1) al imponer que los parámetros α y β sean cero. Esta observación es importante y, como se verá más adelante, tiene consecuencias directas sobre la validez de los valores críticos normales para el test de DMW.

III. COMPARAR SIN INFERENCIA

En muchas ocasiones, un par de modelos — anidados o no anidados— son evaluados a través de su capacidad para generar mejores predicciones. En muchas ocasiones también, el criterio para determinar qué modelo o estrategia predictiva genera predicciones de mejor calidad se basa en comparaciones del ECMP fuera de muestra. Una regla de decisión usual en varios estudios consiste en escoger el modelo que presente el menor ECMP fuera de muestra. Este tipo de reglas de decisión no involucra ningún tipo de inferencia estadística. Simplemente compara dos números. Hay un reparo importante que se debe considerar y que puede ser resumido en los siguientes dos puntos:

- El ECMP fuera de muestra es un estadístico, y como tal su comportamiento está regido por una función de distribución. Desde esta perspectiva, resulta evidente que obtener conclusiones a partir de una comparación simple y directa de dos realizaciones de este estadístico puede inducir a error. En efecto, es posible que las diferencias encontradas no sean sistemáticas, sino aleatorias. Es decir, que no sean estadísticamente significativas. Aún más, en caso de que se realice una comparación entre modelos anidados, es muy probable que sea el modelo con menor número de parámetros estimados, y no necesariamente el modelo verdadero, el que obtenga el menor ECMP. Esto puede ocurrir simplemente porque el error de estimación puede ser menor en un “modelo chico” que en un “modelo más grande”. Este caso es analizado por Clark y West (2006) y en forma algo distinta por Pincheira (2006).
- Una manera interesante de cuantificar el problema descrito en el punto anterior surge al limitarse al simple contexto de modelos no anidados y de una función de pérdida cuadrática. En este caso, el estadístico DMW tiene una distribución asintótica normal estándar bajo la nula de igual capacidad predictiva. De esta manera, una regla que seleccione el mejor modelo como aquel con menor ECMP, resulta equivalente a realizar un test respecto de las diferencias de ECMP con un nivel de confianza

del 50%.⁴ En otras palabras, se está permitiendo cometer un error de tipo I en el 50% de los casos, diez veces más que lo que sugiere la práctica frecuentista de realizar tests con una significancia del 5%.

Sobre la base de estos comentarios, se considera conveniente privilegiar la práctica de realizar inferencia sobre la alternativa de no realizarla.

IV. INFERENCIA EN MODELOS ANIDADOS

En esta sección se considera el contexto econométrico resumido en las expresiones (1)–(2).

La hipótesis nula que se desea testear es

$$H_0: \alpha = \beta = 0$$

frente a la siguiente alternativa

$$H_A: \alpha \neq 0 \quad \text{ó} \quad \beta \neq 0$$

El ECMP de ambos modelos se puede formular como sigue:

$$ECMP_0: E(y_{t+1} - \gamma z_t)^2 = E(\varepsilon_{t+1})^2 \tag{3}$$

$$ECMP_A: E(y_{t+1} - (\alpha + \beta x_t + \gamma z_t))^2 = E(\varepsilon_{2t+1})^2. \tag{4}$$

Se observa que, si la hipótesis nula es verdadera, entonces los ECMP de ambos modelos son iguales, y aun más, las perturbaciones $\varepsilon_{1,t+1}$ y $\varepsilon_{2,t+1}$ son idénticas y el diferencial de perturbaciones al cuadrado es idénticamente igual a cero. Esto sugiere que la construcción de tests estadísticos basados en diferenciales de ECMP puede ser compleja. En efecto, consideremos el estadístico de DMW aplicado a una función de pérdida cuadrática, y a predicciones un paso hacia delante. Este estadístico tiene la siguiente forma:

$$DMW \equiv \sqrt{P} \frac{\hat{E}(\hat{\varepsilon}_{1t+1}^2 - \hat{\varepsilon}_{2t+1}^2)}{\sqrt{\hat{\Omega}}}, \tag{5}$$

donde Ω es un estimador consistente de la varianza asintótica del numerador en (5) debidamente ponderado por $P^{1/2}$ (ver McCracken, 2007), en que P denota el número de predicciones fuera de muestra y

las variables con tilde se utilizan explícitamente para destacar que el estadístico DMW se construye con errores de predicción que dependen de parámetros estimados.

El punto central de la inferencia predictiva fuera de muestra en modelos anidados es que la varianza asintótica del numerador en (5), debidamente ponderada por $P^{1/2}$, es nula. Intuitivamente, esto se puede ver al notar que la dependencia de parámetros estimados desaparece en forma asintótica, por lo que el numerador en (5) debidamente ponderado por $P^{1/2}$ converge en probabilidad a una función de la diferencia del cuadrado de los errores de predicción que, como ya se ha señalado, es idénticamente igual a cero bajo la nula. En otras palabras:

$$\sqrt{P} \hat{E}(\hat{\varepsilon}_{1t+1}^2 - \hat{\varepsilon}_{2t+1}^2) \xrightarrow{\text{Pr}} 0,$$

por lo que, en principio, no queda claro qué sucede asintóticamente con el estadístico en (5), pues tanto su numerador como su denominador convergen a cero. McCracken (2007) muestra para estos casos que la distribución del estadístico DMW existe y, en general, se puede expresar como un cociente de funcionales de movimientos brownianos. En pocas palabras, la distribución existe, no es degenerada, pero en general dista de ser normal.⁵

El gráfico 1 muestra una estimación no paramétrica, usando un kernel gaussiano, de la distribución del estadístico DMW bajo la hipótesis nula de ausencia de predictibilidad en un contexto de modelos anidados. El proceso generador de datos está basado en un modelo cambiario de arbitraje descubierto de tasas de interés. Detalles de la generación de este proceso se encuentran en Clark y West (2006).

⁴ Algunas veces se implementan estos tests de manera de rechazar la hipótesis nula en favor de un determinado modelo si el ECMP de este modelo es menor que el del otro modelo bajo comparación. De esta manera, se realizan tests de una sola cola y, por lo tanto, la zona de rechazo de la hipótesis nula queda caracterizada por un sector bajo la cola derecha o izquierda de la distribución asociada a esta hipótesis.

⁵ McCracken (2007) entrega los valores críticos correctos cuando las predicciones se realizan un paso hacia delante. Además muestra que la normalidad asintótica se logra en un caso particular: cuando el cociente entre el número de observaciones utilizadas para evaluar predicción y las observaciones usadas para la primera estimación de parámetros converge a cero.

Como puede observarse en el gráfico 1, la distribución del estadístico DMW presenta un evidente sesgo en favor del modelo con menos parámetros a estimar. A modo de ejemplo, se observa que el típico valor crítico normal estándar, 1.645, asociado a un test de una sola cola con un nivel de confianza del 90%, ahora está asociado a un error de tipo I prácticamente nulo.

Usando argumentos asintóticos distintos de los de McCracken (2007), Clark y West (2006) interpretan el sesgo que muestra el gráfico 1 como una distorsión originada en el exceso de parámetros a estimar que uno de los modelos presenta sobre el otro, parámetros que, por lo demás, son nulos cuando se considera la hipótesis nula como verdadera. En términos prácticos, entonces, se puede decir que al comparar la capacidad predictiva de un modelo económico con la de un camino aleatorio, por ejemplo, se está haciendo una comparación “injusta”, pues ambos modelos presentan un grado distinto de incertidumbre paramétrica que induce un sesgo a favor del camino aleatorio, similar al que muestra el gráfico 1.

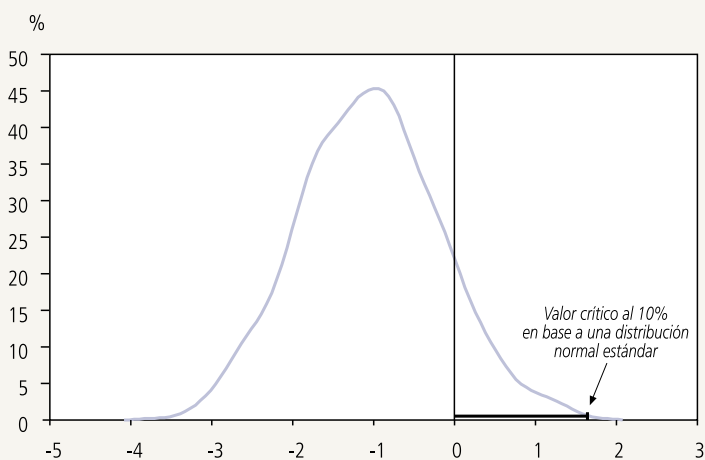
Más allá de los valores críticos que provee McCracken (2007) y algunos útiles métodos de *bootstrap*, existen en la literatura otros tests que son especialmente adecuados para casos de modelos anidados y que ofrecen soluciones interesantes al sesgo que muestra el gráfico 1. En este sentido, vale la pena destacar los trabajos de Clark y West (2006, 2007) y el de Pincheira (2006).

V. PREDICCIÓN DEL TIPO DE CAMBIO NOMINAL EN CHILE

En esta sección se ilustra el costo de realizar inferencia sobre habilidad predictiva con el estadístico de DMW entre modelos anidados, sin utilizar los resultados derivados por Clark y West (2006) o por McCracken (2007). Las dos aplicaciones que se muestran evalúan la predictibilidad del tipo de cambio nominal chileno usando como *benchmark* predictivo un camino aleatorio sin intercepto. Los detalles de cada una de estas ilustraciones siguen a continuación.

GRÁFICO 1

Estimación de la Distribución del Estadístico de DMW (Bajo la Hipótesis Nula de Ausencia de Predictibilidad)



Fuente: Elaboración propia.

La primera aplicación que se muestra se basa en Pincheira (2006). Dicho estudio evalúa la capacidad que tiene el diferencial de tasas de interés para predecir la paridad peso/dólar en frecuencia mensual. Los datos cubren el período entre abril de 1994 y abril de 2005 y provienen del *International Financial Statistics*. Como tasas de interés se utilizan las tasas de descuento. Para estimar el modelo alternativo vía mínimos cuadrados ordinarios, se usa una ventana rolling de 36 observaciones y se genera un total de 108 predicciones un paso hacia delante para construir los estadísticos que se muestran en el cuadro 1.

La primera columna del cuadro 1 muestra un valor negativo para el estadístico DMW. Esto quiere decir que el ECMP del camino aleatorio es inferior al ECMP del modelo alternativo. De esta manera, un investigador que se contentara con solo evaluar las diferencias de ECMP o a lo sumo con realizar inferencia tradicional vía el estadístico DMW, podría concluir que el camino aleatorio tiene mejor capacidad predictiva que el modelo basado en diferenciales de tasas de interés⁶.

La segunda columna del cuadro 1 es muy parecida a la primera. La importante diferencia es que ahora

⁶ Por inferencia tradicional nos referimos a la práctica de utilizar valores críticos normales, obviando que los modelos bajo consideración estén anidados.

el mismo estadístico DMW es evaluado de acuerdo con los valores críticos provistos por McCracken (2007). Tal como muestra el cuadro, estos valores críticos correctos permiten rechazar la hipótesis nula en favor de la alternativa con un nivel de confianza del 90%. Las columnas 3 y 4 muestran los estadísticos propuestos por Clark y West (2006), así como una variación propuesta por Pincheira (2006). Se observa en ambos casos que el estadístico utilizado por estos autores es de signo positivo, favoreciendo el modelo alternativo y, en el caso del test propuesto en Pincheira (2006), rechazando la hipótesis nula al 5% en favor del modelo de paridad descubierta de tasas, dando cuenta de la existencia de predictibilidad encubierta en la paridad peso/dólar.

CUADRO 1			
Evaluación Predictiva del Tipo de Cambio Peso-Dólar (frecuencia mensual)			
(1) DMW	(2) McCracken	(3) Clark-West	(4) Pincheira
-0,14	-0.14*	1.21**	6.19E-04**

Fuente: Pincheira (2006).
*Rechazo al 10% **Rechazo al 5%

De esta manera, un conocedor de las limitaciones del estadístico de DMW, y que utilizara los valores críticos correctos derivados por McCracken (2007) o métodos alternativos adecuados para realizar inferencia en modelo anidados, contaría una historia diametralmente opuesta a la anterior, concluyendo que el camino aleatorio es vencido por el modelo basado en paridad de tasas de interés.

El cuadro 2 muestra un ejercicio similar al anterior y está basado en los resultados de Abarca et al. (2007). El objeto a predecir es el retorno de la paridad peso/dólar, pero ahora se utiliza una muestra en frecuencias diarias entre el 3 de enero de 2000 y el 28 de abril de 2006. El modelo alternativo, que nuevamente compite con el camino aleatorio sin intercepto, es una formulación lineal que usa como único regresor el logaritmo natural del indicador de análisis técnico llamado Relative Strength Index (RSI).

El cuadro 2 muestra la evaluación predictiva de los retornos del tipo de cambio a seis horizontes distintos. La última fila tiene información sobre las diferencias de ECMP entre ambos modelos en competencia. Un “visto bueno” (✓) indica que el RSI tiene un ECMP más pequeño que el del camino aleatorio. Una “cruz” (X) indica lo contrario. La fila inmediatamente

CUADRO 2						
Evaluación Predictiva del Tipo de Cambio Peso-Dólar (frecuencia diaria)						
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Horizonte predictivo en días						
Estadístico	1	4	8	14	28	35
Clark-West	1.61*	1.93**	2.52***	2.60***	2.00***	1.35*
Diferencia ECM	✓	✓	✓	✓	X	X

Fuente: Abarca et al. (2007).
*Rechazo al 10%, **Rechazo al 5%, ***Rechazo al 1%.
ECM denota al Error Cuadrático Medio del error de predicción fuera de muestra.
Modelo nulo es un camino aleatorio sin intercepto.
Modelo alternativo: $\ln(\text{TCO}_{t+k}) - \ln(\text{TCO}_t) = a + b * \ln(Z_t)$
Z Denota al Índice de Fuerza Relativa a 14 días. TCO denota al tipo de cambio nominal Peso/Dólar, k denota el horizonte de predicción.
Estimación fuera de muestra via rolling OLS.
Rolling window de tamaño 500-k.
Número total de datos es 1581-k.
“Visto Bueno” en tercera fila denota menor ECM fuera de muestra del modelo alternativo.
“X” en tercera fila denota menor ECM fuera de muestra del camino aleatorio.
“Visto Bueno” en cuarta fila denota menor ECM fuera de muestra del modelo alternativo cuando es ajustado por un “shrinkage factor”.
Estimación HAC por Gallant (1997) con selección óptima de rezagos de Newey-West (1994)
Datos en frecuencia diaria desde 03/01/2000 hasta 28/04/2006

superior contiene información acerca del estadístico de Clark y West (2006). En esa fila se observa que, de acuerdo con este estadístico, se rechaza la hipótesis nula en función de la alternativa, para todos los horizontes bajo análisis. Sin embargo, el ECMP es inferior para el camino aleatorio en predicciones a 28 y 35 días. Un investigador que se contentara con simples comparaciones de ECMP concluiría que la información contenida en el RSI tiene valor predictivo de los retornos del tipo de cambio solo para horizontes inferiores a 15 días. Un conocedor de las limitaciones del estadístico de DMW y de las simples comparaciones de ECMP, concluiría en cambio, que la información contenida en el RSI vence al camino aleatorio para todo horizonte de análisis, en forma estadísticamente significativa.

VI. RESUMEN Y CONCLUSIONES

Esta nota tiene dos objetivos: mostrar cuáles son los costos de realizar comparaciones directas de errores predictivos fuera de muestra sin realizar un contraste de hipótesis, y destacar que, cuando se comparan modelos anidados, el uso de valores críticos normales para el estadístico DMW es, en general, inadecuado.

Para subsanar estos problemas se sugiere, como regla general, realizar inferencia sobre capacidad predictiva y, en caso de que los modelos en comparación estén anidados, utilizar los valores críticos propuestos por McCracken para el test de DMW, o bien realizar otros tests, como los propuestos por Clark y West (2006, 2007) y Pincheira (2006). Claramente, los métodos de bootstrap también son una alternativa válida.

Los argumentos teóricos y empíricos presentados en esta nota muestran que los problemas mencionados en el párrafo anterior no son de segundo orden ni yacen en el plano retórico. Sin la debida cautela, estos problemas pueden inducir a tomar decisiones incorrectas.

Sin duda, la ciencia económica y sus ramas —como la econometría— se encuentran frecuentemente

descubriendo nuevas fuentes de sesgos, inconsistencias y, a veces, también nuevas formas de subsanar estas falencias. En la medida que estos aportes sean aceptados por la comunidad científica y luego debidamente difundidos e incorporados por los agentes responsables de las decisiones, se espera que la nebulosa y errática tarea predictiva en economía pueda ir, dentro de lo posible, disminuyendo sus niveles de incertidumbre

REFERENCIAS

- Abarca, A., F. Alarcón, P. Pincheira y J. Selaive (2007). “Tipo de Cambio Nominal Chileno: Predicción en Base a Análisis Técnico.” Documento de Trabajo N°425, Banco Central de Chile.
- Clark, T. y K.D. West (2006). “Using Out-Of-Sample Mean Squared Prediction Errors to Test the Martingale Difference Hypothesis.” *Journal of Econometrics* 135(1-2): 155-86.
- Clark, T. y K.D. West (2007). “Approximately Normal Tests for Equal Predictive Accuracy in Nested Models.” *Journal of Econometrics* 138(1): 291-311.
- Diebold, F. y R. Mariano (1995). “Comparing Predictive Accuracy.” *Journal of Business & Economic Statistics* 13(3): 253-63.
- Gallant, A.R. (1987). *Nonlinear Statistical Models*. Nueva York, NY, EE.UU.: Wiley.
- Giacomini, R. y H. White (2006). “Tests of Conditional Predictive Ability.” *Econometrica* 74: 1545-78.
- McCracken, M. (2007). “Asymptotics for Out-of-Sample Tests of Granger Causality.” *Journal of Econometrics*, Volume 140, Issue 2, October 2007, Pages 719-752.
- Newey, W.K. y K.D. West (1994). “Automatic Lag Selection in Covariance Matrix Estimation.” *Review of Economic Studies* 61(4):631-53.
- Pincheira, P. (2006). “Shrinkage Based Tests of the Martingale Difference Hypothesis.” Documento de Trabajo N°376, Banco Central de Chile.
- West, K.D. (1996). “Asymptotic Inference about Predictive Ability.” *Econometrica* 64(5): 1067-84.
- White, H. (2000). “A Reality Check For Data Snooping.” *Econometrica* 68: 1097-127.